

Composizione relativistica delle velocità

Abbiamo visto che la relatività ristretta si basa su due postulati fondamentali, che qui riprendiamo brevemente:

- 1) Le leggi fisiche hanno la stessa espressione in tutti i sistemi di riferimento inerziali;
- 2) La velocità della luce è costante ed uguale in tutti i sistemi di riferimento inerziali, ovvero è indipendente dalla velocità dell'osservatore o della sorgente luminosa.

Sebbene il primo postulato sia piuttosto logico (diciamo che il secondo principio della dinamica $F = ma$ è uguale in tutti i sistemi di riferimento inerziali, per esempio), il secondo preannuncia un *gran casino*.

Infatti nel caso della relatività galileiana *non esisteva una velocità limite*, in quanto le velocità si sommano e si sottraevano senza grosse problematiche, e in modo intuitivo.

Prendiamo come esempio due macchine che viaggiano su una autostrada nella stessa direzione. Una macchina viaggia a 130 km/h, mentre l'altra viaggia a 100 km/h. E' chiaro che la velocità relativa delle due macchine è pari a:

$$V = 130 - 100 = 30 \text{ km/h}$$

Se invece le due macchine viaggiano in verso opposto le velocità si sommano:

$$V = 130 + 100 = 230 \text{ km/h}$$

E fin qui tutto bene. Ora però passiamo al caso relativistico. Abbiamo due astronavi che si muovono l'una contro l'altra, una con velocità $v_1 = 0.5c$, mentre l'altra con velocità $v_2 = 0.8c$. Diciamo che la tentazione di fare la somma semplice delle velocità è forte, esattamente come prevede Galileo:

$$V_{tot} = v_1 + v_2 = 1.3c$$

Ma questo risultato è *più falso di una banconota da 13 euro*. Infatti notiamo che la velocità relativa è **superiore** alla velocità della luce! Orrore e dannazione. C'è quindi qualcosa che non va nella composizione delle velocità relativistiche.

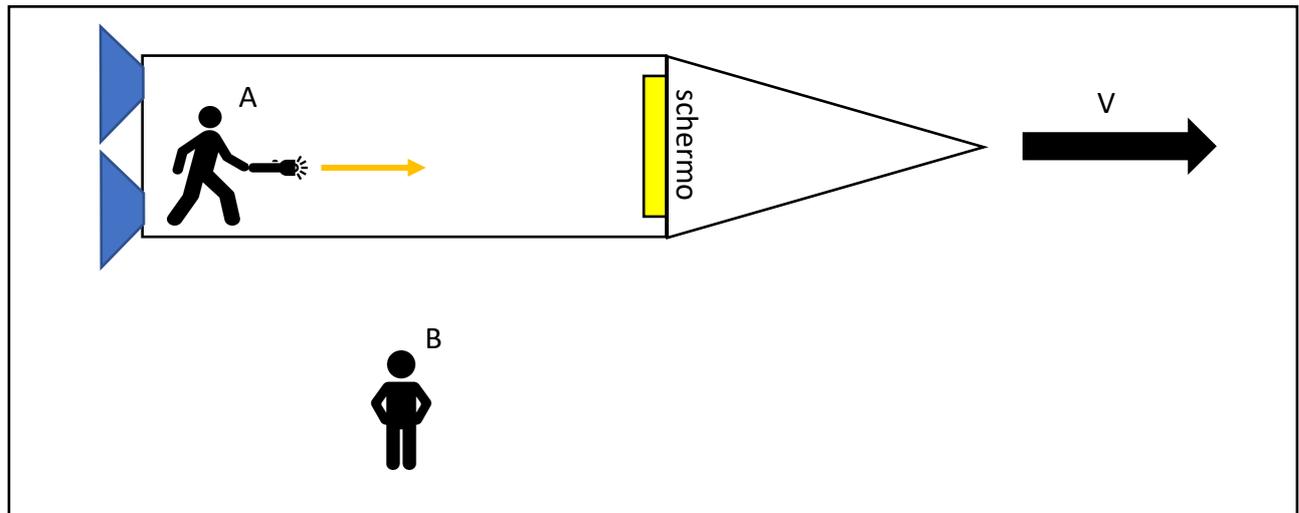
E infatti per sommare velocità relativistiche dobbiamo utilizzare una nuova formulazione che tenga conto della velocità limite della luce. La riportiamo senza dimostrazione:

$$V_{tot} = \frac{v_1 + v_2}{1 + \frac{v_1 \cdot v_2}{c^2}}$$

Applicando tale legge con i dati di prima otteniamo $V_{tot} = 0.92c$.

Notare che nel caso limite in cui le due astronavi si muovano alla velocità della luce anche $V_{tot} = c$.

Ed ora un po' di fisica *freestyle*. Effettuiamo un interessante *Gedankenexperiment* (esperimento mentale), immaginando la situazione riportata qua sotto:



Abbiamo una astronave che si muove con una certa velocità V . Al suo interno si trova uno sperimentatore A che impugna una torcia orientata verso la testa dell'astronave, dove è posizionato uno schermo (il riquadro giallo). Fuori dall'astronave, in quiete, si trova un osservatore B.

Immaginiamo che l'astronave viaggi ad una velocità inferiore a quella della luce, per fissare le idee diciamo $V = 0.9c$ (dove con c indichiamo la velocità della luce). Ad un certo istante accende la torcia, ed illumina lo schermo posto davanti a lui.

A è in quiete rispetto all'astronave, quindi per il secondo postulato della relatività ristretta deve vedere la luce che viaggia *alla velocità della luce* (ovviamente). Quindi A vede partire il fascio di luce dalla sua torcia, percorrere l'astronave e illuminare lo schermo.

Cosa vede B? La stessa identica cosa, in quanto vede il fascio allontanarsi dalla torcia di A, percorrere l'astronave e colpire lo schermo. Questo accade perché comunque l'astronave ha una velocità inferiore a quella della luce, quindi il fascio di luce *guadagna spazio* rispetto all'astronave, andando più veloce.

Del resto anche applicando la composizione delle velocità si trova la stessa cosa (provare per credere, sostituire $v_1 = c, v_2 = 0.9c$).

Ed ora calma e gesso. Se invece l'astronave viaggia *esattamente* alla velocità della luce? Analizziamo la situazione per A. Essendo in quiete rispetto all'astronave vede la torcia accendersi, la luce percorre tutta l'astronave e illumina lo schermo posto davanti a lui. E fin qui ci siamo.

Adesso analizziamo la situazione per B. Esso vede *sia l'astronave che il fascio luminoso viaggiare alla velocità della luce*. Questo comporta una situazione particolare, infatti B vede semplicemente la torcia che si accende, ma la **luce non riesce mai ad illuminare lo schermo, che per B rimane buio**.

Del resto, non può vedere il fascio di luce *guadagnare spazio* rispetto all'astronave, in quanto implicherebbe una velocità maggiore di c .

IN DEFINITIVA: chi ha ragione? A o B? Ebbene, nessuno dei due, o meglio, entrambi. Il risultato di un esperimento è *relativo* al sistema in cui viene osservato.

Quindi ricapitolando:

- **A vede il fascio di luce allontanarsi alla velocità della luce e illuminare lo schermo:**
- **B vede il fascio di luce che si muove con velocità c assieme all'*astronave* ma senza mai raggiungere lo schermo, che quindi non viene illuminato.**

(Approfondimento. Bellissimo cartone che spiega la relatività)

<https://www.youtube.com/watch?v=Yn6UNagYJb8>